No. of Printed Page : 5

Roll No. .....

231311
N-248(A)

B.A./B.Sc. (First Semester)
EXAMINATION, 2025-26

MATHEMATICS
(Integral Calculus)
(Skill Paper)

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 70

Note : Attempt any five questions from Section A. Each question carries 5 marks and any three questions from Section B. Each question carries 15 marks.
खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है। और खण्ड भाग 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अकों का है।

SECTION-A / खण्ड-अ

(Short Answer Type Questions) / लघु उत्तरीय प्रश्न

Note : Attempt any five questions. Each question carries 5 marks.
किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

https://www.hnbguonline.com

1. Show that : $\int_0^1 \left[\log\left(\frac{1}{x}\right)\right]^{n-1} dx = \lceil n,\ n>0$.

सिद्ध कीजिए कि : $\int_0^1 \left[\log\left(\frac{1}{x}\right)\right]^{n-1} dx = \lceil n,\ n>0$.

2. Find the area of the surface of the cone, whose semi vertical angle is 'α' and base a circle of radius 'a'.
उस शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल निकालिए जिसका अर्ध उर्ध्वाधर कोण 'α' और आधार 'a' त्रिज्या का वृत्त हो।

3. Evaluate $\iint_A xydxdy$ over the positive quadrant of the circle $x^2+y^2 = a^2$.
वृत $x^2+y^2 = a^2$ के धनात्मक चतुर्थांश पर $\iint_A xydxdy$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. Evaluate : $\int \frac{(x^2+4)dx}{(x^2+1)(x^2+3)}$.

$\int \frac{(x^2+4)dx}{(x^2+1)(x^2+3)}$ का मान निकालिए।

https://www.hnbguonline.com

5. Evaluate (मान निकालिए) : $\int \text{cosec}^5 x dx$.

6. Prove that (सिद्ध कीजिए कि) :

$$\int_0^{2a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx \text{ if } f(2a-x) = f(x)$$

$$= 0, \text{ if } f(2a-x) = -f(x) .$$

7. Evaluate (मान निकालिए) : $\int_0^1 \int_{y^2}^1 \int_0^{1-z} z \, dy \, dz \, dx$.

SECTION-B / खण्ड-ब

(Long Answer Type Questions) / दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Note : Attempt any three questions. Each question carries 15 marks.
किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

8. (a) Show that (दिखाइए कि) :

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin\theta}\, d\theta . \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\sin\theta}} = \pi$$

(b) Find the area between the curve $y^2(a-x) = x^3$ and its asymptotes.

https://www.hnbguonline.com

वक्र $y^2(a-x) = x^3$ और उसकी अनन्तस्पर्शी के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

9. (a) Find the volume of solid generated by the revolution of the cardioid $r = a(1+\cos\theta)$ about the initial line.

कार्डिऑइड $r = a(1+\cos\theta)$ का मूल रेखा के परितः घुमाने पर निर्मित ठोस का आयतन निकालिए।

(b) Find the hole length of the astroid

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} .$$

एस्ट्रॉइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

10. (a) Prove that (सिद्ध कीजिए कि) :

$$\iiint \frac{dx\,dy\,dz}{a^2 - x^2 - y^2 - z^2} = \frac{\pi^2 a^2}{8}$$

https://www.hnbguonline.com

(b) Evaluate (मान निकालिए) :

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

11. (a) Derive the reduction formula for $\int \sin^n x\,dx$.

$\int \sin^n x\,dx$ के लिए लघुकरण सूत्र निकालिए।

(b) Prove that (सिद्ध कीजिए कि) :

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x\,dx = \int_0^{\pi/2} \log \cos x\,dx = -\frac{\pi}{2}\log 2$$

12. (a) Find the area of the loop of the curve

$$x^3 + y^3 = 3axy$$ https://www.hnbguonline.com

वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ के पाश का क्षेत्रफल निकालिए।

(b) To prove that (सिद्ध कीजिए कि) :

$$\Gamma m \left| m + \frac{1}{2} \right. = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m)$$

https://www.hnbguonline.com