140SET231011

S-247(B)-N/231311

B.A. / B. Sc. (First Semester) EXAMINATION, 2025-26

MATHEMATICS (INTEGRAL CALCULUS) (SOS/Maths./SEC-1)

Time : Two Hours] [Maximum Marks : 70

Note : (i) Attempt any five questions from Section A and any three questions from Section B.
खण्ड 'अ' से किन्हीं पाँच प्रश्नों के और खण्ड 'ब' से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(ii) Answer each question of Section A within 50 words.
खण्ड 'अ' के प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास (50) शब्दों तक सीमित रखें।

(iii) Limit your answers within the given answer book. Additional answer book (B-Answer book) should not be provided or used.
अपने सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गयी उत्तर-पुस्तिका में ही दीजिए। अतिरिक्त उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी।

https://www.pyqonline.com

PART-A / भाग-अ

(Short Answer Type Questions)/ लघु उत्तरीय प्रश्न

Note : Attempt any five questions. Each question carries 5 marks.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। पत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

1. Find the value of : $\int_0^3 \sqrt{\left(\frac{x^3}{3-x}\right)}\,dx$

   निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^3 \sqrt{\left(\frac{x^3}{3-x}\right)}\,dx$

2. Evaiuate . $\int_0^{\pi/4} \frac{\sec^2 x dx}{(1+\tan x)(2+\tan x)}$

   मूल्यांकन करें : $\int_0^{\pi/4} \frac{\sec^2 x dx}{(1+\tan x)(2+\tan x)}$

3. Show that : $\int_0^{\infty} \frac{\log(1+x^2)dx}{(1+x^2)} = \pi \log 2$

   सिद्ध कीजिए : $\int_0^{\infty} \frac{\log(1+x^2)dx}{(1+x^2)} = \pi \log 2$

https://www.pyqonline.com

4. Evaluate :

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n^2}\sec^2\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}\sec^2\frac{4}{n^2}+\frac{3}{n^2}\sec^2\frac{9}{n^2}+\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{n}\sec^2 1\right]$$

मूल्यांकन करें :

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n^2}\sec^2\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}\sec^2\frac{4}{n^2}+\frac{3}{n^2}\sec^2\frac{9}{n^2}+\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{n}\sec^2 1\right]$$

5. Prove that : $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$

सिद्ध कीजिए : $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$

6. Evaluate the following double Integral :

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{y}}\left(x^2+y^2\right)dydx$$

निम्नलिखित द्विश: समाकलन को हल कीजिए :

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{y}}\left(x^2+y^2\right)dydx$$

7. Find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

दीर्घवत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

https://www.pyqonline.com

PART-B / भाग-ब

(Long Answer Type Questions)/ दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Note : Attempt any three questions. Each question carries 15 marks.

किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 15 अंक का है।

8. Find the area common to two curves:

$y^2 = ax$ and $x^2+y^2 = 4ax$.

दो वक्रों $y^2 = ax$ और $x^2+y^2 = 4ax$ का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

9. (a) Find the length of the curve $y = \log \sec x$ between the points, $x = 0$ and $x = \frac{\pi}{3}$.

वक्र $y = \log \sec x$ का $x = 0$ और $x = \frac{\pi}{3}$ के मध्य लम्बाई ज्ञात कीजिए।

https://www.pyqonline.com

(b) Find the length of the arc of the equiangular spiral $r = ae^{\theta\cot\alpha}$ between the points for which the radii vectors are r_1 and r_2.

लघुगणकीय सर्पिल $r = ae^{\theta\cot\alpha}$ के त्रिज्या सदिश r_1 और r_2 बिन्दुओं से निर्मित चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

10. Find the volume of the solid generated by the revolution of the curve $y = \frac{a^3}{a^2 + x^2}$ about its asymptote.

वक्र $y = \frac{a^3}{a^2 + x^2}$ को इसकी अनंत स्पर्शी के परितह घुमाने पर बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

11. Evaluate $\iiint_V (x + y + z)\,dx\,dy\,dz$, when the region V is bounded by $x+y+z = a\ (a > 0)$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

$\iiint_V (x + y + z)\,dx\,dy\,dz$ का मान निकालिए। जबकि क्षेत्र V

https://www.pyqonline.com

$x+y+z = a\ (a > 0), x = 0, y = 0, z = 0$ के द्वारा परिबद्ध है।

12. Show that :

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(\tan\theta)}\, d\theta = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)\Gamma\left(\frac{1}{4}\right) = 2\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$

(ii) $B(m, n) = B(m+1, n) + B(m, n+1)$

सिद्ध कीजिए :

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(\tan\theta)}\, d\theta = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)\Gamma\left(\frac{1}{4}\right) = 2\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$

(ii) $B(m, n) = B(m+1, n) + B(m, n+1)$

13. Evaluate :

(i) $\int_0^{\pi} x \sin^6 x \cos^4 x dx$

https://www.pyqonline.com